

Lineare Ungleichungen mit einem Parameter

Beispiele:

1

$$3x - k \leq 5x - 2 \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow -2x \leq k - 2 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}k + 1 \Rightarrow \text{IL} = \left[-\frac{1}{2}k + 1; \infty \right[$$

2

$$ax + 5 < 4x + 10 \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow ax - 4x < 5 \Rightarrow x \cdot (a - 4) < 5$$

$$1. \text{ Fall: } a = 4 \Rightarrow 0 < 5 \Rightarrow \text{IL} = \mathbb{R}$$

$$2. \text{ Fall: } a - 4 > 0 \Rightarrow a > 4 \Rightarrow x < \frac{5}{a - 4} \Rightarrow \text{IL} = \left] -\infty; \frac{5}{a - 4} \right[$$

$$3. \text{ Fall: } a - 4 < 0 \Rightarrow a < 4 \Rightarrow x > \frac{5}{a - 4} \Rightarrow \text{IL} = \left] \frac{5}{a - 4}; \infty \right[$$

Aufgaben:

1.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge in Abhängigkeit vom Parameter. 

1.1 $2a - 8 + 2x \leq 0$

1.2 $4x - 7 > 5x - 2t$

1.3 $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4}k - x \right) \geq -\frac{1}{2}$

2.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge in Abhängigkeit vom Parameter. 

2.1 $(2a - 3) \cdot x - 2 \leq -1$

2.2 $kx + 5 > 8 - 3x$

2.3 $4k < kx - 2x - 1$

Lösungen zu den Aufgaben:

$$1.1 \quad 2x \leq 8 - 2a \Rightarrow x \leq 4 - a \Rightarrow IL =]-\infty; 4 - a]$$

$$1.2 \quad -x > 7 - 2t \Rightarrow x < 2t - 7 \Rightarrow IL =]-\infty; 2t - 7[$$

$$1.3 \quad \frac{3}{4}k - x \geq -1 \Rightarrow -x \geq -1 - \frac{3}{4}k \Rightarrow x \leq 1 + \frac{3}{4}k \Rightarrow IL =]-\infty; 1 + \frac{3}{4}k]$$

2.1

$$(2a - 3) \cdot x \leq 1$$

$$1. \text{ Fall: } 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1,5 \Rightarrow 0 \leq 1 \Rightarrow IL = \mathbb{R}$$

$$2. \text{ Fall: } 2a - 3 > 0 \Rightarrow a > 1,5 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2a - 3} \Rightarrow IL =]-\infty; \frac{1}{2a - 3}]$$

$$3. \text{ Fall: } 2a - 3 < 0 \Rightarrow a < 1,5 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2a - 3} \Rightarrow IL = [\frac{1}{2a - 3}; \infty[$$

2.2

$$kx + 3x > 3 \Rightarrow (k + 3) \cdot x > 3$$

$$1. \text{ Fall: } k + 3 = 0 \Rightarrow k = -3 \Rightarrow 0 > 3 \Rightarrow IL = \{ \}$$

$$2. \text{ Fall: } k + 3 > 0 \Rightarrow k > -3 \Rightarrow x > \frac{3}{k + 3} \Rightarrow IL =]\frac{3}{k + 3}; \infty[$$

$$3. \text{ Fall: } k + 3 < 0 \Rightarrow k < -3 \Rightarrow x < \frac{3}{k + 3} \Rightarrow IL =]-\infty; \frac{3}{k + 3}[$$

2.3

$$(k - 2) \cdot x > 4k + 1$$

$$1. \text{ Fall: } k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow 0 > 9 \Rightarrow IL = \{ \}$$

$$2. \text{ Fall: } k - 2 > 0 \Rightarrow k > 2 \Rightarrow x > \frac{4k + 1}{k - 2} \Rightarrow IL =]\frac{4k + 1}{k - 2}; \infty[$$

$$3. \text{ Fall: } k - 2 < 0 \Rightarrow k < 2 \Rightarrow x < \frac{4k + 1}{k - 2} \Rightarrow IL =]-\infty; \frac{4k + 1}{k - 2}[$$